

Lloyd iteration convergence

M. Duval & M. Karpe

École des Ponts ParisTech

7th May 2018

Content

Relocation convergence

Energy computation

Domain form influence

Overshooting

Temporal inertia

Content

Relocation convergence

Energy computation

Domain form influence

Overshooting

Temporal inertia

Visualization

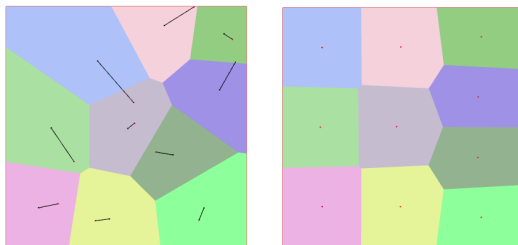


Figure 1: Visualisation des vecteurs de relocalisation (à gauche) et des cellules après convergence (à droite).

Convergence

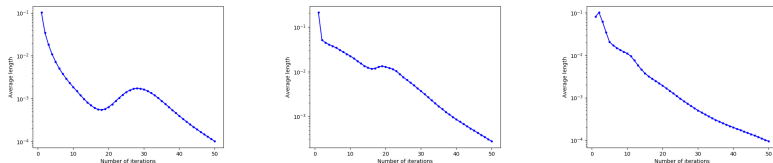


Figure 2: Evolution en échelle logarithmique de la norme moyenne des vecteurs de relocalisation en fonction du nombre d'itérations de Lloyd pour une initialisation uniforme (à gauche), dans un coin (au milieu) et sur une ligne (à droite).

Convergence

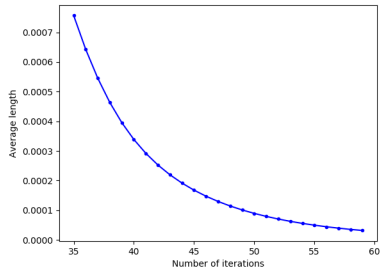


Figure 3: Visualisation des cellules après convergence dans un domaine en forme de sablier.

Content

Relocation convergence

Energy computation

Domain form influence

Overshooting

Temporal inertia

Computation

$$E_{dom} = \sum_{i=1}^{N_c} E_{cell} = \sum_{i=1}^{N_c} \int_{x \in \mathcal{C}_i} \|x - x_i\|^2 dx = \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{x_j \in \mathcal{C}_i} \|x_j - x_i\|^2$$

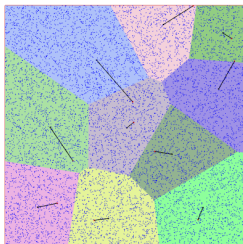


Figure 4: Visualisation des cellules après convergence dans un domaine en forme de sablier.

Convergence

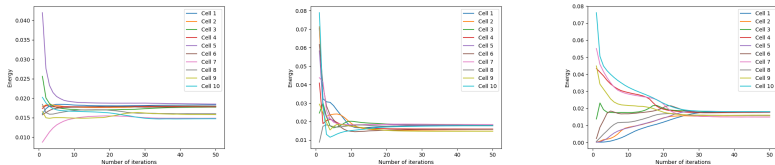


Figure 5: Evolution de l'énergie moyenne des cellules en fonction du nombre d'itérations de Lloyd pour une initialisation uniforme (à gauche), dans un coin (au milieu) et sur une ligne (à droite).

Content

Relocation convergence

Energy computation

Domain form influence

Overshooting

Temporal inertia

Circle domain

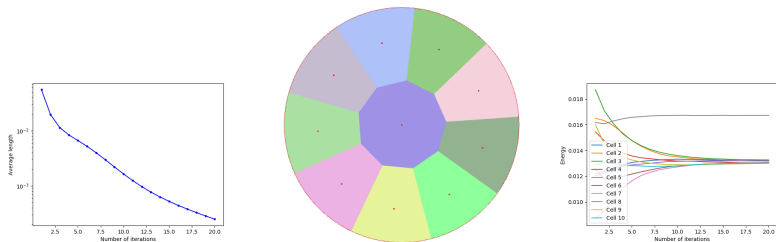


Figure 6: Visualisation des cellules après convergence dans un domaine circulaire (à gauche), évolution de la norme moyenne des vecteurs de relocalisation (au milieu) et de l'énergie moyenne des cellules (à droite) dans un domaine circulaire en fonction du nombre d'itérations de Lloyd pour une initialisation uniforme.

Domain form influence

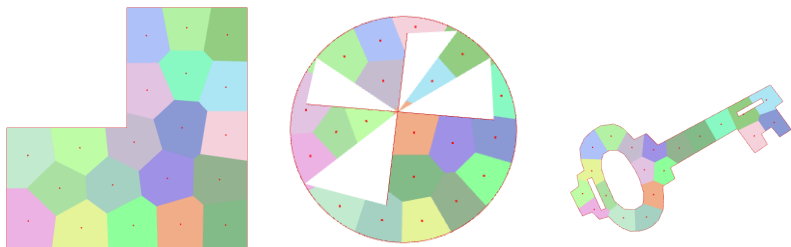


Figure 7: Visualisation des cellules après convergence dans différents domaines.

Domain form influence

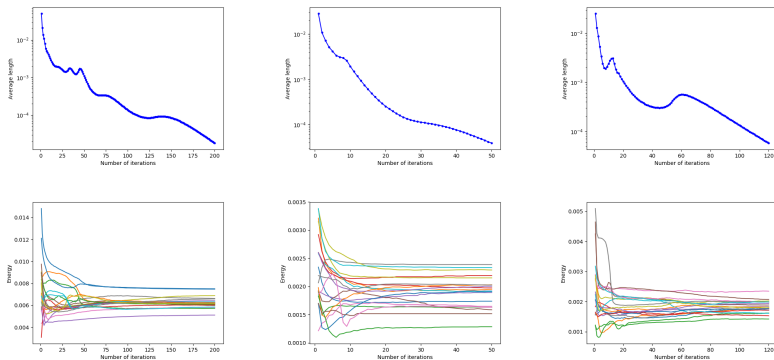


Figure 8: Evolution de la norme moyenne des vecteurs de relocalisation et de l'énergie moyenne des cellules en fonction du nombre d'itérations de Lloyd pour un domaine en L (à gauche), un domaine comportant une croix (au milieu) et un domaine en forme de clé (à droite).

Sandglass visualization

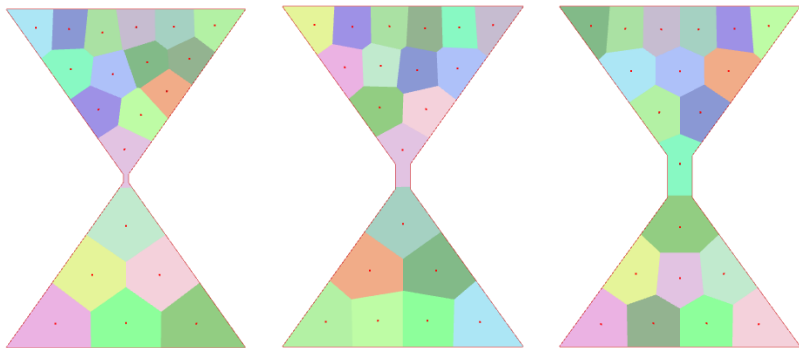


Figure 9: Visualisation des cellules après convergence dans un domaine en forme de sablier avec goulet d'étranglement de largeur croissante de gauche à droite.

Sandglass convergence

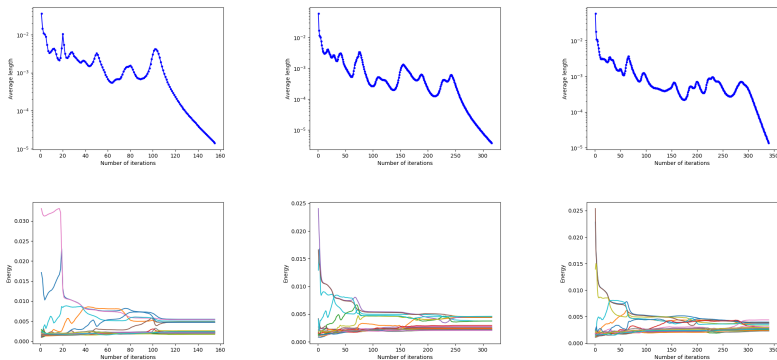


Figure 10: Evolution de la norme moyenne des vecteurs de relocalisation et de l'énergie des cellules en fonction du nombre d'itérations de Lloyd pour un domaine en sablier avec goulet d'étranglement de largeur croissante de gauche à droite.

Content

Relocation convergence

Energy computation

Domain form influence

Overshooting

Temporal inertia

Computation

$$v_{N+1} = (1 + \alpha)v_N$$

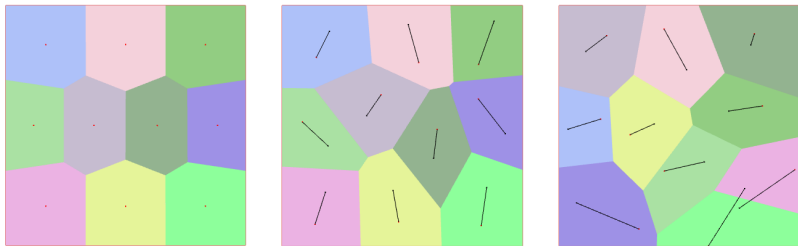


Figure 11: Visualisation des cellules après convergence avec un paramètre d'overshooting croissant de gauche à droite ($\alpha \in \{0.5, 1.1, 1.5\}$).

Convergence

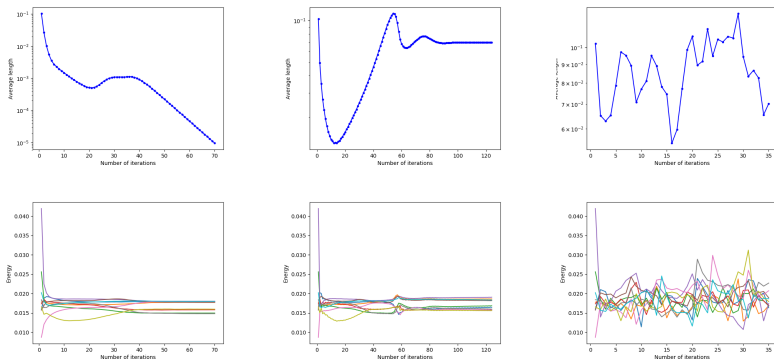


Figure 12: Evolution de la norme moyenne des vecteurs de relocalisation et de l'énergie moyenne des cellules en fonction du nombre d'itérations de Lloyd pour un domaine carré avec un paramètre d'overshooting croissant de gauche à droite ($\alpha \in \{0.5, 1.1, 1.5\}$).

Content

Relocation convergence

Energy computation

Domain form influence

Overshooting

Temporal inertia

Computation

$$v_{N+1} = \sum_{i=N-n}^N w_i v_i$$

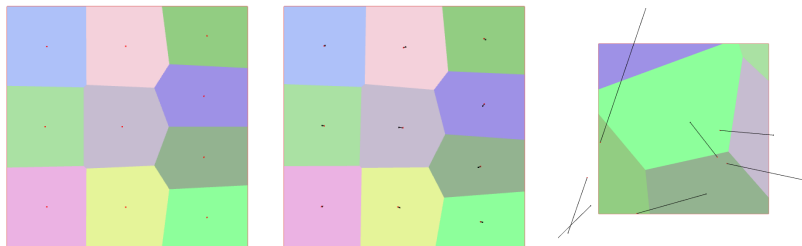


Figure 13: Visualisation des cellules après convergence avec inertie temporelle des 5 derniers déplacements, avec des poids $w_i \in \{0.15, 0.30, 0.50\}$.

Convergence

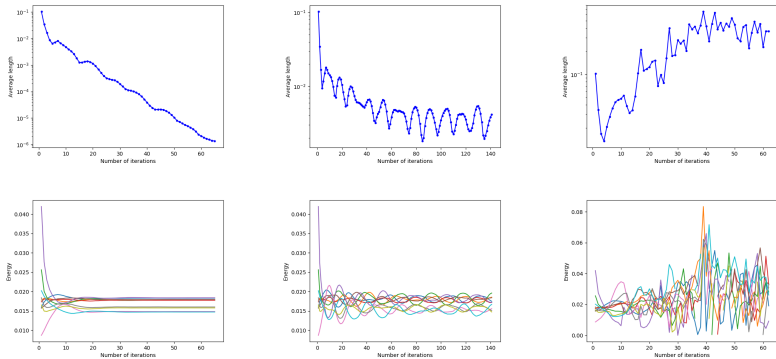


Figure 14: Evolution de la norme moyenne des vecteurs de relocalisation et de l'énergie moyenne des cellules en fonction du nombre d'itérations de Lloyd pour un domaine carré avec inertie temporelle des 5 derniers déplacements, avec des poids $w_i \in \{0.15, 0.30, 0.50\}$.

Conclusion

Relocation convergence

Energy computation

Domain form influence

Overshooting

Temporal inertia